ENE 542
GÜNEŞ ENERJİSİ

«IŞINIM TEMEL KAVRAMLAR»

Yrd. Doç. Dr. Levent ÇOLAK

BÖLÜM 12

IŞINIM TEMEL YÖNTEMLER VE ÖZELLİKLER

Boşlukta (vacuum) bulunan bir katı cisimle çevresi arasında iletim ve taşınımla ısı geçişi söz konusu olamaz.

Ancak sıcak cisim soğuyarak çevre ile ısıl dengeye ulaşır.

⇒ Cisim yüzeyinden ısıl ışınımın yayılması sonucu ısı geçişi söz konusudur.

Yayılma mekanizması maddenin yapısında bulunan elektronların salınım ve yörünge değiştirmeleri sonucunda açığa çıkan enerji ile ilgilidir.

Tüm maddeler ışınım yayar.

Yüksek sıcaklıklardaki gazlarda ve cam, tuz kristalleri gibi katı maddelerde ışınım hacimsel bir olgudur.

Maddenin sonlu bir hacminden yayılan ışınım tüm hacim içinde gerçekleşen yerel yayılımların toplam etkisinin bir olgusudur.

Bu derste ışınım bir yüzey olgusu olarak incelenecektir.

Işınım Teorileri :

— Işınım foton ve kuanta adı verilen parçacık demetlerinin yayılmasıdır.

— Işınım elektromanyetik dalgaların yayılması biçiminde algılanır.

Sonuç olarak; Işınım standart dalga özellikleri olan "ν" frekans ve dalga uzunluğu "λ" ile tanımlanır.

Herhangi bir ortamda yayılan ışınım için "ν" ve "λ" arasındaki ilişki :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$; Burada c : ışığın o ortamdaki hızıdır.

Boşlukta yayılma için $C_0 = 2,998 \times 10^8$ m/s 'dir.

Dalgaboyunun birimi genellikle μm olup, $1 \mu m = 10^{-6}$ m'dir.

Siyah Cisim Işınımı:

Siyah cisim ideal bir yüzey olup, özellikleri;

1) Siyah cisim hangi dalgaboyunda olursa olsun, hangi yönden gelirse gelsin üzerine düşen tüm ışınımı yutar.

2) Verilen bir sıcaklık ve dalgaboyunda hiçbir cisim siyah cisimden daha fazla ışınım yayamaz.

3) Siyah cismin yaydığı ışınım her ne kadar dalgaboyu ve sıcaklığın fonksiyonu olsa da yönden bağımsızdır.

Siyah cisim eşit dağılımlı bir yayıcıdır.

Mükemmel bir yutucu ve yayıcı olarak siyah cisim, gerçek yüzeylerin ışınım özelliklerinin karşılaştırılabileceği bir standart oluşturur.

STEFAN BOLTZMAN YASASI: Siyah cismin toplam yayma gücünü veren bağıntıdır.

$$E_b = \sigma T^4$$

σ: Stefan Boltzman sabiti: $5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2\text{-}K^4$

T: Sıcaklık (K)

sect. 12.2

Siyah cisim ışınım şiddeti: $I_b = \dfrac{E_b}{\pi}$ $W/m^2\text{-}sr$

Stereduan

YÜZEY YAYMASI :

Yayma oranı "ε"; bir yüzeyin yaydığı ışınımın, aynı sıcaklıkta siyah bir yüzeyin yaydığı ışınıma oranı olarak tanımlanır.

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)}$$

Yayma oranları ile ilgili genellemeler:

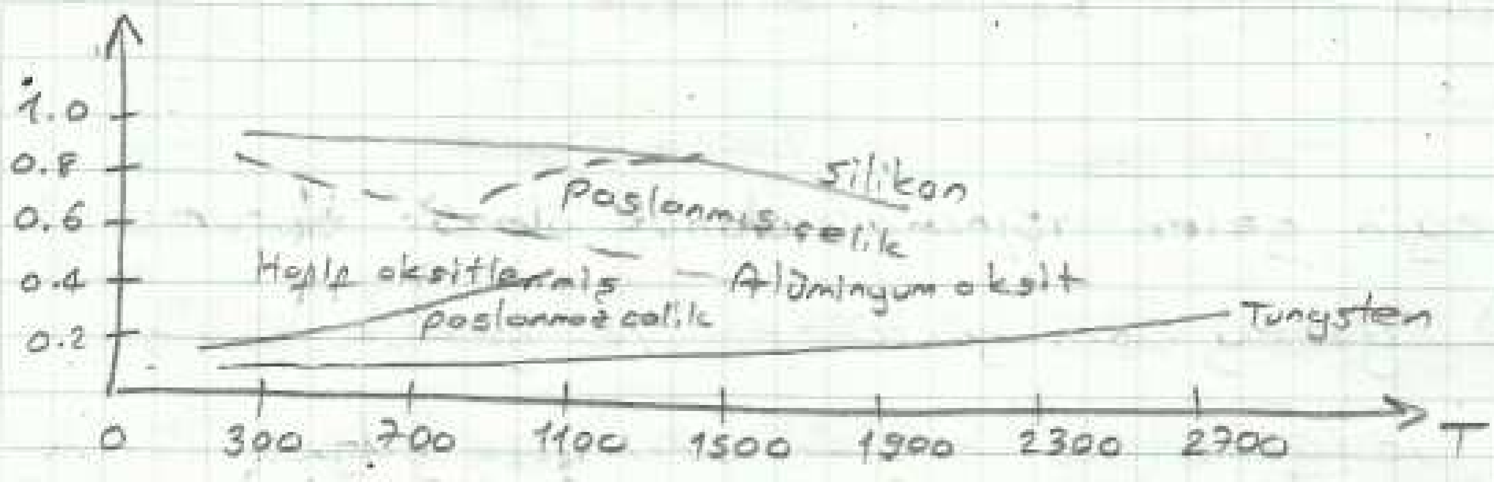
1- Metal yüzeylerin yayma oranları genellikle düşüktür. Çok iyi cilalanmış altın ve gümüş için bu değer 0.02 kadar düşük olabilir.

2- Oksit tabakalarının varlığı metal yüzeylerin yayma oranlarını önemli ölçüde yükseltebilir.

$\varepsilon_{\text{hafif oksitlenmiş paslanmaz çelik}} \cong 0.1$; $\varepsilon_{\text{paslanmış çelik}} \cong 0.5$

3 - İletken olmayan cisimler için yayma oranı genelde yüksek olup, 0.6 değerinin üzerindedir.

4 - İletkenlerin yayma oranı sıcaklıkla yükselir. Ancak iletken olmayan cisimlerin yayma oranı sıcaklıkla yükselip, düşebilir.



Yüzey Yutması Yansıtması Geçirgenliği:

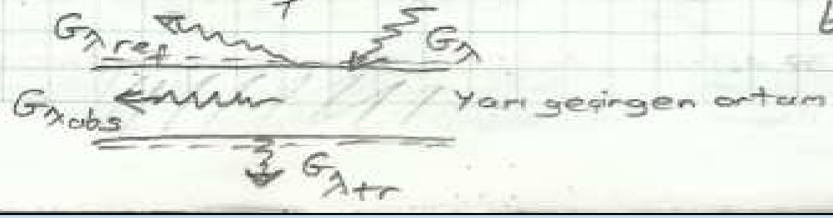
Toplam gelen ışınım: $G\ (W/m^2)$: Tüm dalgaboylarından gelen ışınımdır.
Spektral gelen ışınım $G_\lambda\ (W/m^2 \cdot \mu m)$: birim zamanda yüzeyin birim alanına λ dalgaboyunda ve $d\lambda$ aralığında gelen ışınımdır

Gelen ışınım, su veya cam tabakası gibi yarı geçirgen bir ortamla etkileşirse;

Gelen ışınımın spektral bileşeni

- Tabakadan yansıyabilir Reflectivity
- Tabakada yutulabilir Absorbtivity
- Tabakadan geçebilir Transmissivity

$G_\lambda = G_{\lambda_{ref}} + G_{\lambda_{abs}} + G_{\lambda_{tr}}$: Ortam için ışınım dengesi bağıntısı



Genelde; Bu bileşenlerin belirlenmesi karmaşıktır, ve;

- Tabakanın alt ve üst yüzey özelliklerine
- Işınımın dalgaboyuna
- Ortamın bileşimine
- Ortamın kalınlığına
- Ortam içindeki hacimsel etkilere bağlıdır.

(opaque)(mat)

Yüzeyin gelen ışınıma donuk olması durumunda; ($G_{\lambda_{tr}} = 0$) yüzey ışın geçirmez ve geriye kalan yutma ve yansıtma etkileri birer yüzey olgusu olarak ele alınabilir. (Yüzeyin birkaç mikron kalınlığındaki derinliğinde oluştuğu için yüzey esas alınır).

- Yansımanın, ortam(tabaka) üzerinde net bir etkisi yoktur.
- Ancak Yutma sonucu ortamın iç enerjisinde artış olur.

*** Yüzey yutma ve yansıtmasının renk algılamamızın temelini oluşturduğunu belirtebiliriz.

- Yüzey yüksek bir sıcaklıkta olmadığı ($T_s \leqslant 1000K$) başka bir deyişle <u>PARLAMADIĞI</u> sürece, renk ışınım yayılmasından kaynaklanmaz.

- Düşük sıcaklıklarda yaymadan kaynaklanan ışınım kızılaltı (IR) bölgesinde olup, göze görünmez. Bu nedenle;

* **Renk:** Yapay ışık kaynaklarından veya güneşten gelen ışığın (görünür ışınım) yüzeyde seçici olarak yutulması ve yansıtılmasının sonucu oluşur.

Bir gömleğin kırmızı olması; onun içindeki renk maddesinin gelen ışığın mavi, yeşil ve sarı bileşenlerini yutması sonucu, bu bileşenlerin yansıyan ışık içindeki katkılarının az olması sonucu, kırmızı bileşenin yansımasındandır.

Bir yüzey gelen ışığın tamamını yutarsa SİYAH, tamamını yansıtırsa BEYAZ görünür.

Bazı durumlarda yüzeyin rengi yutma ve yansıtma özelliklerinin bir ölçütü olmayabilir.

"Kar" görünür ışınımın büyük kısmını yansıttığı için beyaz görünmesine karşın, kızılaltı bölgesinde gelen ışınımın büyük kısmını yutar. Bu nedenle uzun dalga boylarında <u>Siyah Cisim</u> davranışı gösterir.

Yutma Oranı: (Absorbtivity) "α"

Gelen ışınımın yüzey tarafından yutulan miktarını oransal olarak belirler.

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda abs}}{G_\lambda}$$

spektral yutma oranı

Toplam yarıküresel yutma oranı

$$\alpha = \frac{G_{abs}}{G}$$

Yansıtma Oranı: (Reflectivity) "ρ"

Gelen ışınımın yüzey tarafından yansıtılan miktarını oransal olarak belirler.

Spektral: $\rho_\lambda = \dfrac{G_{\lambda ref}}{G_\lambda}$ Toplam: $\rho = \dfrac{G_{ref}}{G}$

Geçirme Oranı: (Transmissivity) "τ"

Yarıgeçirgen bir maddenin gelen ışınımın içinden geçen miktarını oransal olarak belirler.

Spektral: $\tau_\lambda = \dfrac{G_{\lambda,tr}}{G_\lambda}$ Toplam: $\tau = \dfrac{G_{tr}}{G}$

EK BAĞINTILAR:

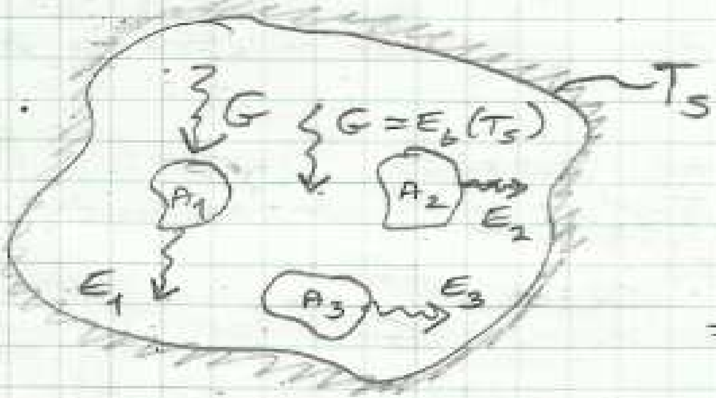
Spektral: $\rho_\lambda + \alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$ Toplam: $\rho + \alpha + \tau = 1$

Donuk yüzey için: $\tau_\lambda = 0$ ve $\tau = 0$

Spektral: $\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$ Toplam $\alpha + \rho = 1$

KIRCHOFF YASASI:

Kapalı çerçeve içindeki her cisime gelen ışınım eşit büyüklükte olup, T_s sıcaklığındaki siyah cisim ışınımı ile eşdeğerdir.



$$G = E_b(T_s)$$

Kapalı çerçevede ISIL DENGE vardır.

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = T_3 = \dots = T_s$$

$\Rightarrow$ Her yüzeydeki net ısı akısı sıfırdır.

$$\dot{q}'' = 0$$

Her küçük cisim etrafında kontrol hacmi alınırsa;

$$\underbrace{\alpha_1 G \cancel{A_1}}_{\text{Gelenin yutulan kısmı}} - \underbrace{E_1(T_s)\cancel{A_1}}_{\text{yayılan kısım}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = G = E_b(T_s)$$

sonuçta;

KIRCHOFF YASASI

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_1(T_s)}{\alpha_1} = \frac{E_2(T_s)}{\alpha_2} = \frac{E_3(T_s)}{\alpha_3} = \cdots\cdots = E_b(T_s)}$$

Bu yasanın ortaya koyduğu sonuç:

$\alpha \leq 1$ olacağı için $\Rightarrow E_i(T_s) < E_b(T_s)$

Hiçbir yüzeyin ışınım gücü, aynı sıcaklıktaki siyah cisminkinden daha fazla olamaz.

$\Rightarrow$ Siyah cisim ideal yayıcıdır.

$$\varepsilon_i = \frac{E_i(T_s)}{E_b(T_s)} \Rightarrow \quad \varepsilon_1 = \frac{E_1(T_s)}{E_b(T_s)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\varepsilon_1}{\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\alpha_2} = \frac{\varepsilon_3}{\alpha_3} = \text{------} = 1}$$

Böylece; Kapalı çerçeve içindeki her yüzey için;

$\varepsilon = \alpha$ olur. (Yayma oranı = yutma oranı)

GRİ YÜZEY

Herhangi bir yüzeyde (kapalı ortam içinde olma şartı olmadan)

$\varepsilon = \alpha$ ise $\Rightarrow$ Yüzey Gri Yüzeydir.

(ii) BÖLÜM 13

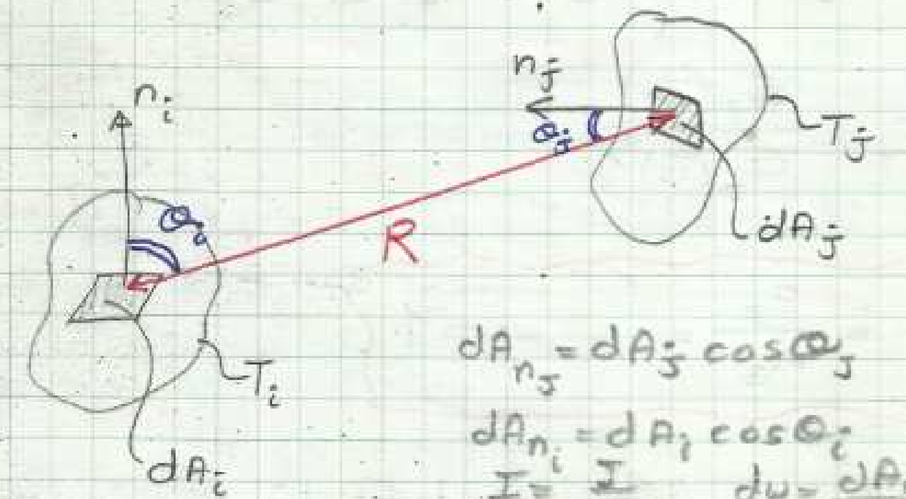
YÜZEYLER ARASINDA IŞINIMLA ISI GEÇİŞİ

Işınımla etkileşmeyen bir ortam içinde (boşluk, gazlar vb) iki veya daha fazla yüzey arasındaki ısı geçişi;

- Yüzeylerin ışınım özellikleri ($\varepsilon, \alpha, \rho, \tau$)
- Sıcaklıklarının yanısıra
- Geometrileri ve konumlarına da bağlıdır.

Şekil Faktörü: "F_{ij}" "i" yüzeyinden giden ışınımın j yüzeyine gelen bölümü olarak tanımlanır.

Düzlemsel ve Katı Açı Tanımı



$$dA_{n_j} = dA_j \cos\theta_j$$

$$dA_{n_i} = dA_i \cos\theta_i$$

$$I = \frac{J}{\pi} \qquad d\omega = \frac{dA_n}{R^2}$$

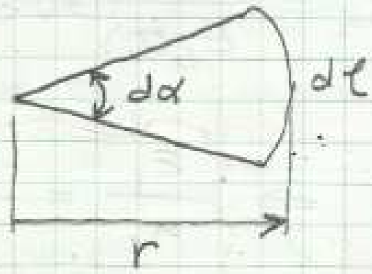
$$dq_{i\to j} = J_i \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$

"i" yüzeyinden birim zamanda giden ve "j" yüzeyine gelen ışınım.

J_i : birim yüzeyden giden ışınım : sabit kabul edilir. (W/m²)

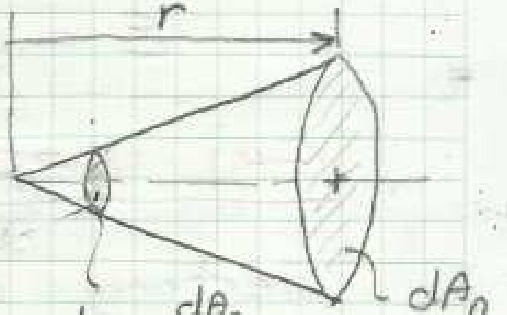
İntegral alınırsa;

$$q_{i\to j} = J_i \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i \, dA_j$$



$$d\alpha = \frac{dl}{r} \quad \text{(radyan)} \quad \text{(rad)}$$

Düzlemsel açı



$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} \quad \text{(steradyan)} \quad \text{(sr)}$$

Katı açı

Küresel yüzey için $dA_n = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$

$\Rightarrow d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$

$$\boxed{F_{ij} = \frac{q_{i \to j}}{A_i J_i}}$$

$q_{i \to j}$ ← j yüzeyine gelen ışınım

$A_i J_i$ ← i yüzeyinden giden ışınım

$$\Rightarrow \boxed{F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2}\, dA_i\, dA_j}$$

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j} \int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2}\, dA_i\, dA_j$$

$$\Rightarrow \boxed{A_i F_{ij} = A_j F_{ji}}$$

Reciprocity Rel'n.

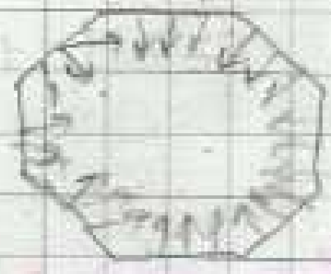
Karşılıklılık Kuralı

Kapalı çerçevi oluşturan N adet yüzey için;

$$\boxed{\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1}$$

Toplama Kuralı

Summation Rel'n



Kapalı bir çerçevede "i" yüzeyinden giden ışınım diğer yüzeylere gelir.

Yüzey düz veya dış bükeyse $F_{ii} = 0$

Yüzey iç bükeyse (kendi kendini görüyorsa) $F_{ii} \neq 0$

* N yüzeyden oluşan bir kapalı çerçevede ısı geçişini hesaplamak için N^2 şekil faktörüne ihtiyaç vardır.

Ancak karşılıklılık kuralı ve toplama kuralının kullanılması sonucu doğrudan hesaplanması gereken şekil faktörü sayısı $N(N-1)/2$ olmaktadır.

Örneğin 3 yüzey için $(3)(2)/2 = 3$ şekil faktörü hesaplanmalıdır.

Kitapta 2 ve 3. boyutlu geometriler için
şekil faktörü denklem ve grafikleri verilmiştir.

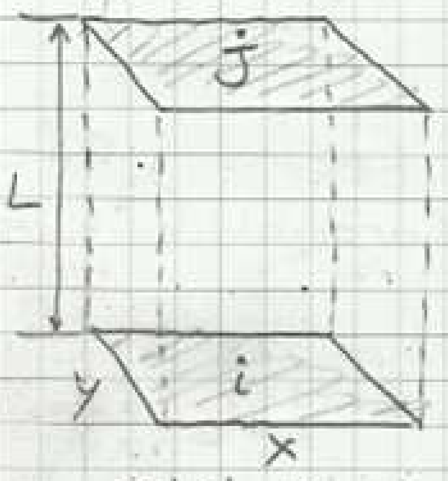
Tablo 13.1 2-Boyutlu geometriler için şekil faktörleri

Tablo 13.2 3-Boyutlu geometriler için şekil faktörleri

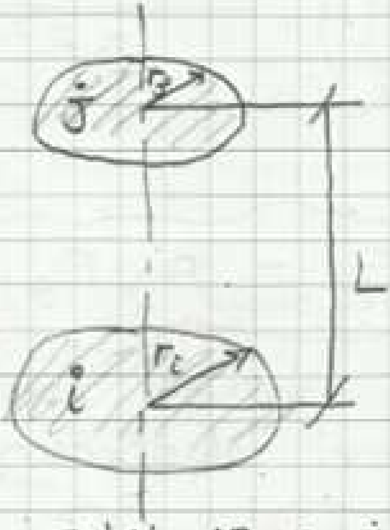
Şekil 13.4 Birbirine paralel dikdörtgenler için şekil faktörleri

Şekil 13.5 Aynı eksen üzerindeki paralel dairesel levhalar için şekil faktö

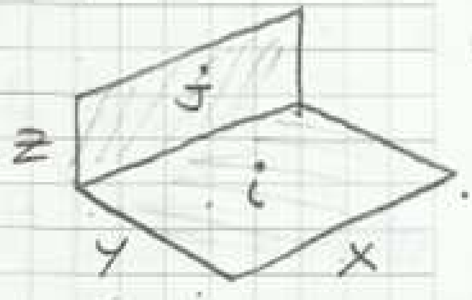
Şekil 13.6 Ortak kenarı olan dik dikdörtgenler için şekil faktörü



Şekil 13.4

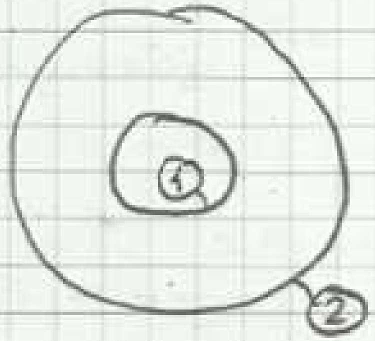


Şekil 13.5



Şekil 13.6

ÖRNEK:



İç içe 2 kare arası boşluk.

$N=2 \Rightarrow N^2=4$ adet şekil faktörü var

$N(N-1)/2 = 2(1)/2 = 1$ adet şekil faktörünün direkt hesabı yeterlidir.

Diğerleri ondan türetilebilir.

$$F_{11} + F_{12} = 1$$

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

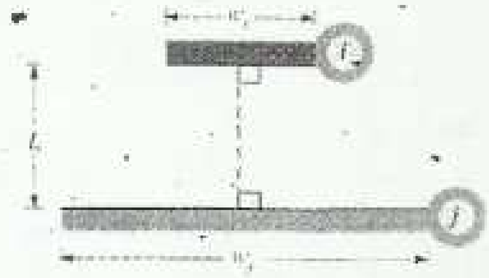
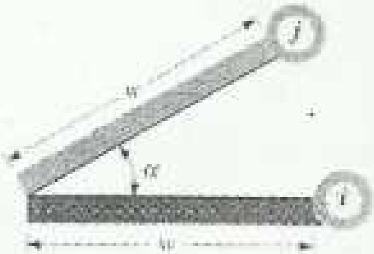
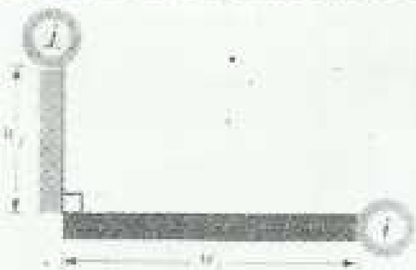
$F_{11} = 0$ (çünkü dış bükey - kendini görmez)

$$\Rightarrow F_{12} = 1$$

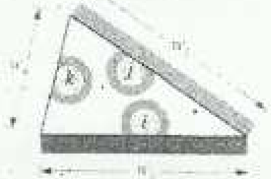
$$F_{12} A_1 = F_{21} A_2 \Rightarrow F_{21} = \underbrace{\cancel{F_{12}}}_{1} \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow F_{22} = 1 - \frac{A_1}{A_2}$$

Bulunur

TABLO 13.1 İki Boyutlu Geometriler İçin Şekil Faktörleri [4]

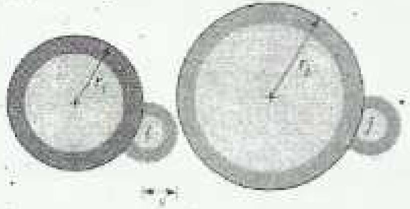
Geometri	Bağıntı
Paralel Levhalar 	$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i + W_j)^2 + 4\right]^{1/2} - \left[(W_j - W_i)^2 + 4\right]^{1/2}}{2W_i}$$ $$W_i = w_i / L, W_j = w_j / L$$
Bir Kenarları Ortak Eşit Genişlikte Eğimli Düz Levhalar 	$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
Bir Kenarları Ortak Dik Levhalar 	$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j / w_i) - \left[1 + (w_j / w_i)^2\right]^{1/2}}{2}$$

Üç Kenarlı Kapalı Çerçeve



$$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

Çapları farkli Paralel Silindirler

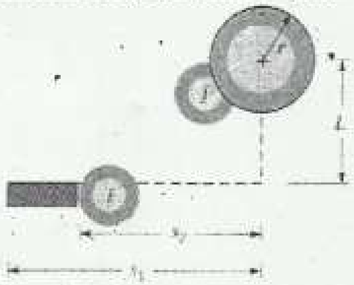


$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi}\Big\{\pi + \left[C^2 - (R+1)^2\right]^{1/2} - \left[C^2 - (R-1)^2\right]^{1/2} + (R-1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) - \left(\frac{1}{C}\right)\right] - (R+1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) + \left(\frac{1}{C}\right)\right]\Big\}$$

$R = r_j / r_i, S = s / r_i$

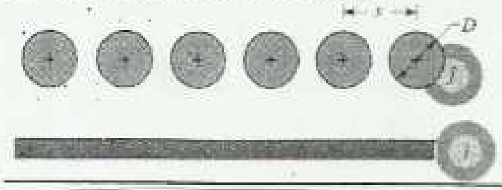
$C = 1 + R + S$

Silindir ve Paralel Dikdörtgen



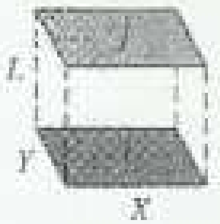
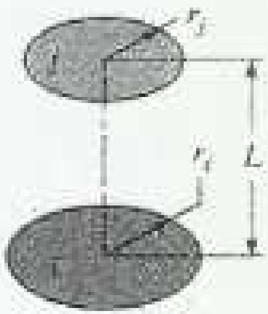
$$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2}\left[\tan^{-1}\frac{s_1}{L} - \tan^{-1}\frac{s_2}{L}\right]$$

Sonsuz Levha ve Bir Sıra Silindir

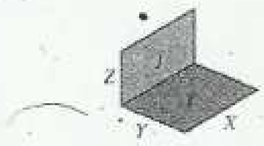


$$F_{ij} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \left(\frac{D}{s}\right)\tan^{-1}\left(\frac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}$$

TABLO 13.2 Üç Boyutlu Geometriler İçin Şekil Faktörleri [4]

Geometri	Bağıntı
Paralel Dikdörtgen Levhalar (Şekil 13.4) 	$\overline{X} = X / L, \overline{Y} = Y / L$ $F_{ij} = \frac{2}{\pi \overline{X}\overline{Y}} \left\{ \ln\left[\frac{(1+\overline{X}^2)(1+\overline{Y}^2)}{1+\overline{X}^2+\overline{Y}^2}\right]^{1/2} + \overline{X}(1+\overline{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1}\frac{\overline{X}}{(1+\overline{Y}^2)^{1/2}} + \overline{Y}(1+\overline{X}^2)^{1/2} \tan^{-1}\frac{\overline{Y}}{(1+\overline{X}^2)^{1/2}} - \overline{X}\tan^{-1}\overline{X} - \overline{Y}\tan^{-1}\overline{Y} \right\}$
Eş Eksenli Paralel Dairesel Levhalar (Şekil 13.5) 	$R_i = r_i / L, R_j = r_j / L$ $S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$ $F_{ij} = \frac{1}{2}\left\{S - [S^2 - 4(r_j / r_i)^2]^{1/2}\right\}$

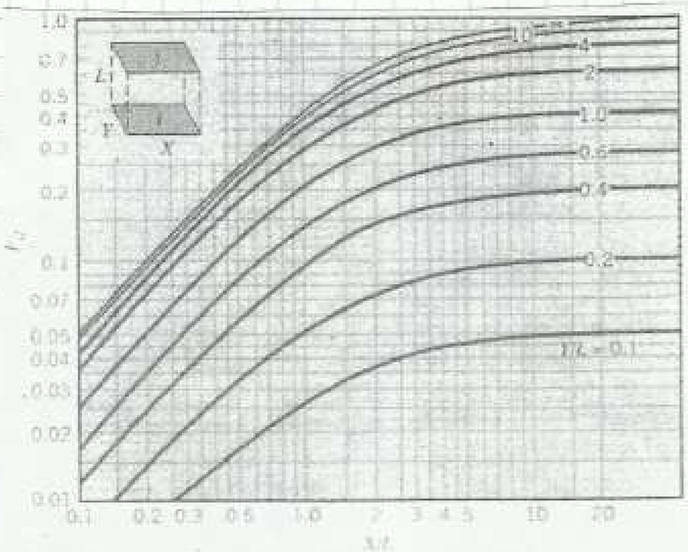
Ortak Kenarları Olan Birbirine Dik Dikdörtgen Levhalar (Şekil 13.6)



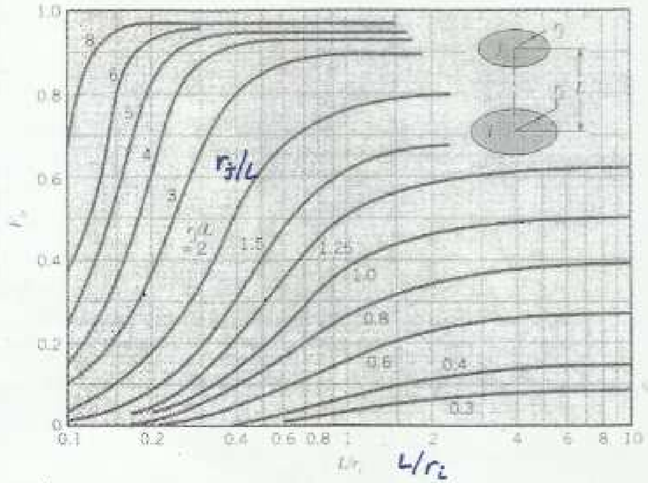
$$H = Z / X, W = Y / X$$

$$F_{ij} = \frac{1}{\pi W}\Bigg(W \tan^{-1}\frac{1}{W} + H \tan^{-1}\frac{1}{H} - \left(H^2 + W^2\right)^{1/2} \tan^{-1}\frac{1}{\left(H^2 + W^2\right)^{1/2}}$$

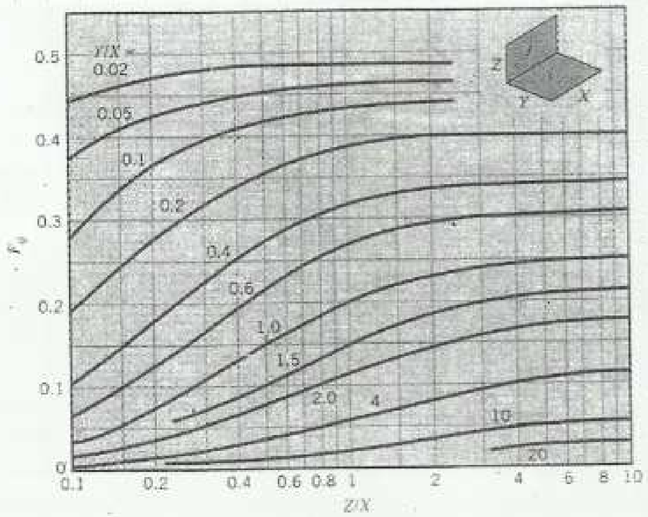
$$+ \frac{1}{4}\ln\left\{ \frac{\left(1+W^2\right)\left(1+H^2\right)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2\left(1+W^2+H^2\right)}{\left(1+W^2\right)\left(W^2+H^2\right)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2\left(1+H^2+W^2\right)}{\left(1+H^2\right)\left(H^2+W^2\right)} \right]^{H^2} \right\} \Bigg)$$



ŞEKİL 13.4 Birbirine paralel dikdörtgenler için şekil faktörleri.



ŞEKİL 13.5 Aynı eksen üzerinde bulunan paralel dairesel levhalar için şekil faktörü.



ŞEKİL 13.6 Ortak kenarı olan dik dikdörtgenler için şekil faktörü.

Örnek 13.1

ÖRNEK 13.1

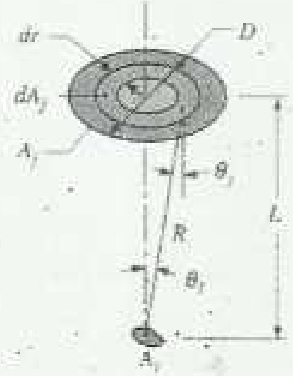
Çapı D, alanı A_j olan ve eşit dağılı yayan ince bir dairesel levha (disk) ile eşit-dağılı yayan küçük düz bir yüzey $A_i \ll A_j$ gözönüne alınsın. Yüzeyler birbirine paralel olup, A_i ile A_j'nin merkezleri arasındaki uzaklık L'dir. Şekil faktörü F_{ij}'yi veren bir bağıntı yazın.

ÇÖZÜM

Bilinen: Küçük yüzeyin büyük dairesel levhaya göre konumu.

İstenen: Dairesel levhanın, küçük yüzeye göre şekil faktörü, F_{ij}.

Şekil:



Kabuller:

1. Eşit-dağılı yayan yüzeyler.
2. $A_i \ll A_j$.

Çözümleme: İstenen şekil faktörü 13.1 numaralı denklemden elde edilebilir:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i}\int_{A_i}\int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \qquad A_i << A_j$$

θ_i, θ_j ve R'nin A_i üzerindeki her noktada yaklaşık aynı değeri alacağı gözönünde bulundurulursa, bu bağıntı sadeleştirilebilir:

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi R^2} dA_j \cdot \frac{\cancel{A_i}}{\cancel{A_i}}$$

Ayrıca, $\theta_i = \theta_j = \theta$ olduğu not edilirse,

$$F_{ij} = \int_{A_j} \frac{\cos^2\theta}{\pi R^2} dA_j$$

yazılabilir. Geometriden elde edilen, $R^2 = r^2 + L^2$, $\cos\theta = (L/R)$ ve $dA_j = 2\pi r\,dr$ eşitlikleri yukarıda yerine konursa,

$$F_{ij} = 2L^2 \int_0^{D/2} \frac{r\,dr}{(r^2 + L^2)^2} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \qquad \blacktriangleleft \quad (13.8)$$

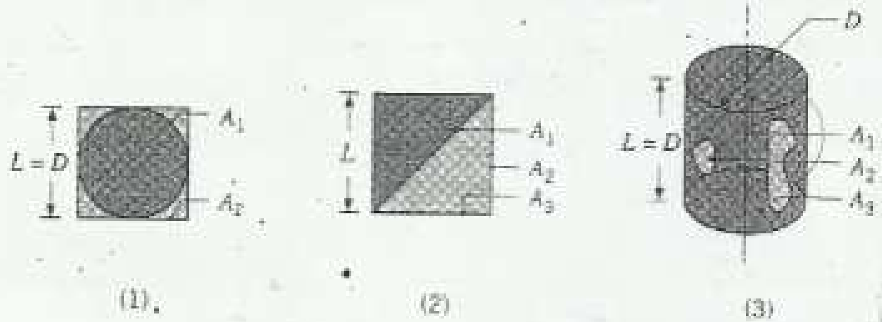
bulunur.

Yorum: Yukarıda incelenen geometri, şekil faktörünü 13.1 numaralı denklemi kullanarak elde edebileceğimiz, en basit geometrilerden biridir. Daha ayrıntılı integrasyonlar içeren geometrilere literatürde yer verilmiştir [1, 3].

Örnek 13.2

ÖRNEK 13.2

Aşağıda verilen geometriler için şekil faktörleri F_{12} ve F_{21}'yi bulun.



1. Kenar uzunluğu $L = D$ olan bir küp içinde, çapı D olan küre.
2. Köşegeninden bölünmüş uzun kare kesitli bir kanal.
3. Uzunluğu ile çapı birbirine eşit bir silindirin tavanı ile yan yüzeyleri.

ÇÖZÜM

Bilinen: Yüzey geometrileri.

İstenen: Şekil faktörleri.

Kabuller: Giden ışınımın düzgün dağılımlı olduğu, eşit-dağılı yayan yüzeyler.

Çözümleme: İstenen şekil faktörleri gözlemle, karşılıklılık ve toplama kurallarını kullanarak ve/veya tablolardan yararlanarak bulunabilir.

1. Küp içinde küre: $\cancel{F_{11}} + F_{12} = 1$

Gözlemle, $0 \Rightarrow$ $F_{12} = 1$

Karşılıklılık kuralından, $F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\pi D^2}{6L^2} \times 1 = \frac{\pi}{6}$

$F_{12} A_1 = F_{21} A_2$

$F_{21} + F_{22} = 1$

2. Kare bir kanal içindeki bölme:

$F_{22} = 1 - \frac{\pi}{6}$

Toplama kuralından, $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

Fakat, $F_{11} = 0$

Simetriden, $F_{12} = F_{13}$

Böylece, $F_{12} = 0.50$

Karşılıklılık kuralından, $F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\sqrt{2}L}{L} \times 0.5 = 0.71$

3. Silindir:

Şekil 13.5'ten, $(r_3 / L) = 0.5$ ve $(L / r_1) = 2$ ile $F_{13} = 0.17$

Toplama kuralından, $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$

veya, $F_{11} = 0$, $F_{12} = 1 - F_{13} = 0.83$ ◀

Karşılıklılık kuralından, $F_{21} = \dfrac{A_1}{A_2} F_{12} = \dfrac{\pi D^2 / 4}{\pi D L} \times 0.83 = 0.21$ ◀

SİYAH CİSİMLER ARASINDA IŞINIMLA ISI GEÇİŞİ (İTÜ)

Genelde bir yüzeyden giden ışınım hem yayma, hem de yansımadan oluşur.

Bu ışınım başka bir yüzeye geldiğinde yansıtılır ve yutulur.

* Siyah cisimler için çözümleme kolaydır, çünkü yansıma yoktur.

– Giden enerji sadece yaymadan kaynaklanır.

– Gelen tüm ışınım enerjisi yutulur.

Rastgele biçimli 2 siyah yüzey arası ışınımla ısı geçişi:

$q_{i \to j}$: i yüzeyinden giden ve j yüzeyine gelen ışınım enerjisi

$$q_{i \to j} = (A_i J_i) F_{ij}$$

Giden ışınım siyah yüzeyin yayma gücüne eşittir.

$$J_i = E_{bi}$$

$$\Rightarrow q_{i \to j} = A_i F_{ij} E_{bi}$$

Aynı şekilde;

$$q_{j \to i} = A_j F_{ji} E_{bj}$$

2 yüzey arasındaki ışınımla net ısı geçişi

$$q_{ij} = q_{i \to j} - q_{j \to i} = A_i F_{ij} E_{bi} - A_j F_{ji} E_{bj}$$

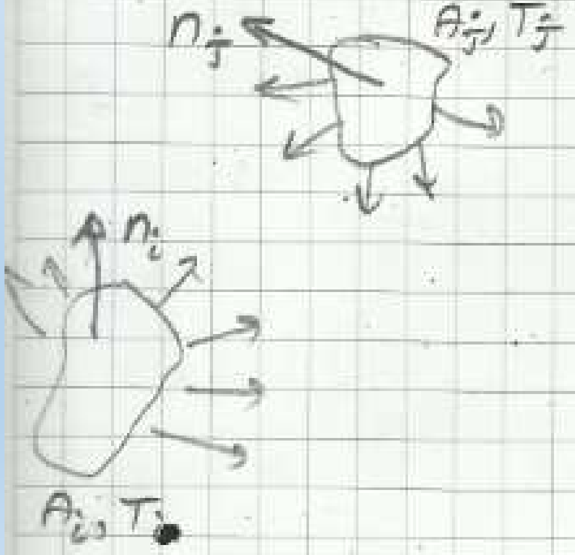
$$E_{b_i} = \sigma T_i^4$$

$$E_{b_j} = \sigma T_j^4$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

$$\Rightarrow \quad q_{ij} = \underbrace{A_i F_{ij}}_{A_j F_{ji} \text{ de yazılabilir.}} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

Burada q_{ij} : i yüzeyinin j yüzeyi ile etkileşimi sonunda i yüzeyinden olan net ışınım miktarıdır.



Bu değer j yüzeyinin aldığı net ışınım miktarına da eşittir.

Kapalı bir çerçevede: Farklı sıcaklıklarda N tane yüzey bulunduğu durumda, yüzeylerden herhangi bir tanesi için net ışınım;

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$ formülünden hesaplanır.

ÖRNEK 13.3

75 mm çapında ve 150 mm uzunluğunda silindirik bir fırın gözönüne alınsın. Fırının iç yüzeyleri ısıtılmaktadır, üstü ise 27°C sıcaklıktaki çevreye açıktır. Taban ve yan yüzeyler siyah cisim olarak kabul edilebilir. Bu yüzeyler elektrikle ısıtılmaktadır, dışarıdan yalıtılmıştır ve sıcaklıkları sırasıyla 1650 ve 1350°C'dir.

1650°C

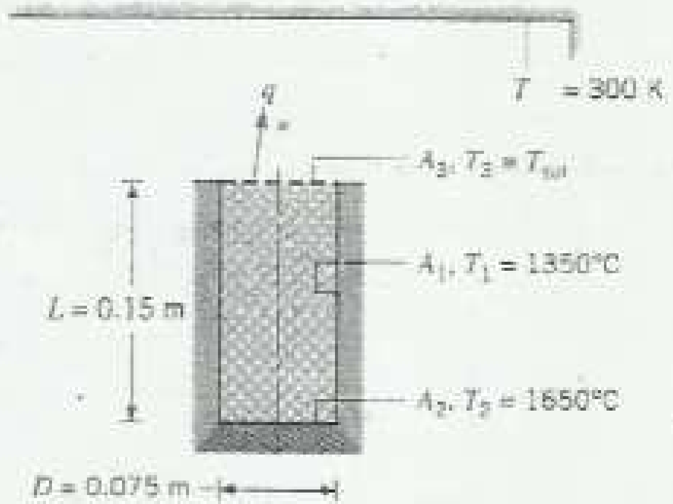
Fırının bu koşullarda çalışabilmesi için tüketilen elektrik gücü nedir?

ÇÖZÜM

Bilinen: Silindirik fırının iç yüzey sıcaklıkları.

İstenen: Verilen sıcaklıkları sağlayabilmek için gerekli elektrik gücü.

Şekil:



Kabuller:

1. Fırın iç yüzeyleri siyahtır.
2. Taşınımla ısı geçişi gözardı edilebilir.
3. Fırının taban ve yan yüzeyleri dışarıdan yalıtılmıştır.

Çözümleme: Fırının istenen koşullarda çalışabilmesi için gerekli güç fırından olan ısı kaybına eşittir. Yapılan kabullere göre tek ısı kaybı üstten ışınımla olmaktadır. Fırının açık olan üst kısmı hayali bir yüzey (A_3) olarak düşünülebilir. Çevre büyük olduğu için fırın ile çevre arasındaki ışınımla ısı geçişi bu hayali yüzeyi $T_3 = T_o$ sıcaklığında bir siyah cisim kabul ederek çözümlenebilir. Bu durumda ısı geçişi şöyle yazılabilir:

$$q = q_{13} + q_{23}$$

veya 13.13 numaralı denklemden,

$$q = A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

olur. $(r_j / L) = (0.0375\ \text{m} / 0.15\ \text{m}) = 0.25$ ve $(L / r_i) = (0.15\ \text{m} / 0.0375\ \text{m}) = 4$ alarak, Şekil 13.5'ten $F_{23} = 0.06$ bulunur. Toplama kuralından:

$F_{21} + \cancel{F_{22}}^{\,0} + F_{23} = 1$. $F_{21} = 1 - F_{23} = 1 - 0.06 = 0.94$

ve karşılıklılık kuralından,

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{21} = \frac{\pi (0.075\ \text{m})^2 / 4}{\pi (0.075\ \text{m})(0.15\ \text{m})} \times 0.94 = 0.118$$

elde edilir. Simetri nedeniyle $F_{13} = F_{12}$'dir. Böylece,

$$q = (\pi \times 0.075\ \text{m} \times 0.15\ \text{m}) 0.118 \times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

$$\times \left[(1623\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4 \right] + \left(\frac{\pi}{4} \right) (0.075\ \text{m})^2 \times 0.06$$

$$\times 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \left[(1923\ \text{K})^4 - (300\ \text{K})^4 \right]$$

$$q = 1639\ \text{W} + 205\ \text{W} = 1844\ \text{W} \qquad \blacktriangleleft$$

sonucu bulunur.

GRİ YÜZEYLERDEN OLUŞAN KAPALI ÇERÇEVELERDE IŞINIMLA ISI GEÇİŞİ

Yüzey sıcaklıkları T_i verilip, q_i'nin bulunması istenir.

Bir yüzeyde ışınımla net ısı geçişi;

i yüzeyinden ışınımla olan net ısı geçişini gösteren q_i terimi, yüzeydeki ışınım etkileşimlerinin net etkisini gösterir. Aynı zamanda giden ışınımla gelen ışınım arasındaki fark olup, yüzeyi sabit sıcaklıkta tutmak için başka yollarla verilmesi gereken enerjiye eşittir.

$$q_i = A_i \left(J_i - G_i \right) \quad \text{— } 1$$

$$\underset{\substack{\text{giden} \\ \text{ışınım}}}{\uparrow} \qquad \underset{\substack{\text{gelen} \\ \text{ışınım}}}{\uparrow}$$

$$J_i = E_i + \rho_i G_i \leftarrow \text{gelen} \qquad + G_i$$

$$\underset{\substack{\text{yayma} \\ \text{gücü}}}{\uparrow} \qquad \underset{\text{yansıtılan}}{\uparrow}$$

$E_i + (\rho - 1) G_i$

$-(1-\rho) G_i$

Aynı zamanda net ısı geçişi yüzeyin yayma gücü ile yutulan ışınım cinsinden;

$$q_i = A_i \left(E_i - \alpha_i G_i \right)$$

Gri ve donuk yüzey için $\varepsilon_i = \alpha_i$ ve $\tau_i = 0$

$$\Rightarrow \alpha_i + \rho_i = 1 \Rightarrow \rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$$

Burada $E_i = \varepsilon_i E_{b_i}$

$$\rho_i = (1-\varepsilon_i)$$

$$J_i = \varepsilon_i E_{b_i} + (1-\varepsilon_i) G_i$$

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{b_i}}{(1-\varepsilon_i)} \quad — (2)$$

(2) nolu denklem (1) içine konulursa;

$$q_i = A_i \left[J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{b_i}}{1-\varepsilon_i} \right]$$

$$q_i = \frac{E_{b_i} - J_i}{(1-\varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} \quad — (3)$$

Burada etkin potansiyel: $E_{bi} - \dot{J}_i$

Yüzey ışınım direnci: $(1-\varepsilon_i)/A_i \varepsilon_i$

$$q_i = \begin{cases} >0 \Rightarrow \text{yüzeyden ışınımla net ısı geçişi.} \\ <0 \Rightarrow \text{yüzeye ışınımla net ısı geçişi.} \end{cases}$$

Yüzeyler arasında ışınımla ısı geçişi:

i yüzeyine gelen ışınım, kapalı çerçevenin tüm yüzeylerindeki giden ışınımlardan hesaplanabilir.

Tüm yüzeylerden gelen ışınım:

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ji} A_j \dot{J}_j$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

$$\Rightarrow \cancel{A_i} G_i = \sum_{j=1}^{N} \cancel{A_i} F_{ij} J_j \Rightarrow G_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \quad - \; (4)$$

(4) nolu denklem (1) içine konulursa

$$q_i = A_i \left[J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right]$$

$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1$ olduğu için: $J_i = \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i$

$$q_i = A_i \left[\sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^{N} F_{ij} J_j \right]$$

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{ij} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N} q_{ij} \quad - (5)$$

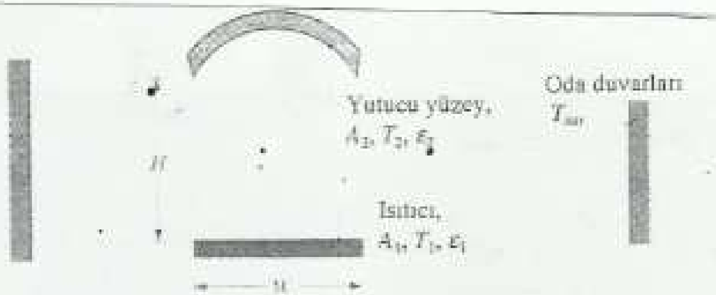
(3) ve (5) nolu denklemler eşitlenirse;

$$\frac{E_{bi} - J_i}{(1-\varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{1/A_i F_{ij}}$$

ÖRNEK 13.4)

ÖRNEK 13.4

Üretim sırasında, bir güneş toplayıcısının alanı $A_2 = 15\ m^2$ olan eğri yüzeyli yutucusunun özel kaplaması, genişliği $W = 1$ m olan bir kızılaltı (IR) ısıtıcı yardımıyla ısıl işlemden geçirilmektedir. Yutucunun ve ısıtıcının uzunlukları $L = 10$ m olup, aralarındaki uzaklık $H = 1$m'dir.



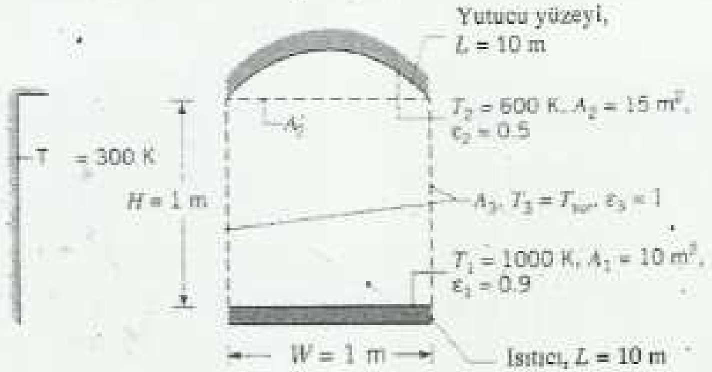
Isıtıcı T_1 = 1000 K sıcaklığındadır ve yayma oranı ε_1 = 0.9'dur. Yutucu ise T_2 = 600 K sıcaklığında olup, yayma oranı ε_2 = 0.5'tir. Sistem, duvar sıcaklığı 300 K olan büyük bir odada bulunmaktadır. Yutucu yüzeye ışınımla olan net ısı akısını hesaplayın.

ÇÖZÜM

Bilinen: Güneş toplayıcısının özel olarak kaplanmış eğri yüzeyli yutucusu, büyük bir odada kızılaltı (IR) ısıtıcı ile ısıl işlemden geçirilmektedir.

İstenen: Yutucu yüzeye ışınımla net ısı geçişi.

Şekil:



Kabuller:

1. Sürekli rejim söz konusudur.
2. Taşınımla ısı geçişi yoktur.
3. Yutucu ve ısıtıcı yüzeyleri gri olup, eşit-dağılı yaymaktadır.
4. Isıtıcı ve yutucu yüzeylerinin arası hayali bir yüzey A_3 ile çevrilip, kapalı çerçeve oluşturulabilir. Bu yüzey siyah alınabilir ve çevre sıcaklığındadır ($T_3 = 300$ K).

Çözümleme: Sistem üç yüzeyden oluşan kapalı bir çerçeve olarak incelenebilir. Burada 2 yüzeyindeki ışınımla net ısı geçişi bulunmak istenmektedir. 13.19 numaralı denklemden,

$$q_2 = \frac{E_{b2} - J_2}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} \tag{1}$$

yazılır. Burada J_2 dışındaki tüm büyüklükler bilinmektedir. Kapalı çerçeve problemlerinin çoğunda giden ışınımlar bir denklem takımını eşzamanlı çözerek bulunur. Fakat bu problemde hayali yüzeyin, sıcaklığı bilinen bir siyah yüzey olması çözümü kolaylaştırmaktadır. Böylece, $J_3 = E_{b3}$ bilindiği için, sadece J_1 ve J_2'nin bulunması gerekmektedir. T_1 ve T_2 sıcaklıkları verilmiştir, bu nedenle ısıtıcı ve yutucu yüzeye 13.21 numaralı denklemi uygulayarak, J_1 ve J_2 bulunabilir. Bu işlem yutucu yüzey için yapılırsa,

$$\frac{E_{b2} - J_2}{(1-\varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} = \frac{J_2 - J_1}{1/A_2F_{21}} + \frac{J_2 - J_3}{1/A_2F_{23}}$$

yazılabilir. Burada $J_3 = E_{b3} = \sigma T_3^4 = 459$ W/m^2 ve $E_{b2} = \sigma T_2^4 = 7348$ W/m^2 olmaktadır. $A_2F_{\cancel{12}}$ değerini belirlemek için, önce karşılıklılık kuralı yazılır:

21

$$A_2F_{21} = A_1F_{12}$$

Daha sonra F_{12} , Şekil 13.4'ten bulunur. Başka bir deyişle, $A_{2'}$ yutucu yüzeyin dikdörtgen tabanı olmak üzere, $F_{12} = F_{12'}$ olur. Böylece, $Y/L = 10/1 = 10$ ve $X/L = 1/1=1$ olduğundan:

$$F_{12} = 0.39$$

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{1\,\text{m} \times 10\,\text{m}}{15\,\text{m}^2} \times 0.39 = 0.26$$

bulunur. Ayrıca, toplama kuralından,

$$F_{13} = 1 - F_{12} = 1 - 0.39 = 0.61$$

ve karşılıklılık kuralından,

$$F_{31} = \frac{A_1}{A_3} F_{13} = \frac{1\,\text{m} \times 10\,\text{m}}{2(10 \times 1)\,\text{m}^2} \times 0.61 = 0.305$$

elde edilir. Simetri nedeniyle, $F_{31} = F_{32'} = F_{32}$ olduğundan,

$$F_{23} = \frac{A_3}{A_2} F_{32} = \frac{20\,\text{m}^2}{15\,\text{m}^2} \times 0.305 = 0.41$$

bulunur. A_2'ler birbirini götürür ve 2 yüzeyi için ışınım dengesi,

$$\frac{7348 - J_2}{(1 - 0.5)/0.5} = \frac{J_2 - J_1}{1/0.26} + \frac{J_2 - 459}{1/0.41}$$

veya,

$$7348 - J_2 = 0.26 J_2 - 0.26 J_1 + 0.41 J_2 - 188$$

$$0.26 J_1 - 1.67 J_2 = -7536 \qquad (2)$$

denklemi ile ifade edilir. 13.21 numaralı denklem ısıtıcı yüzeyi için,

$$\frac{E_{b1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_1 - J_2}{1/A_1 F_{12}} + \frac{J_1 - J_3}{1/A_1 F_{13}}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $E_{b1} = \sigma T_1^4 = 56{,}700 \text{ W/m}^2$ olmaktadır. A_1'ler birbirini götürür ve,

$$\frac{56{,}700 - J_1}{(1-0.9)/0.9} = \frac{J_1 - J_2}{1/0.39} + \frac{J_1 - 459}{1/0.61}$$

veya,

$$-10J_1 + 0.39J_2 = -510002 \qquad (3)$$

elde edilir. Sadeleştirme yapılırsa,

$$J_1 = 51000 + 0.039J_2$$

bulunur. J_1, 2 numaralı denklemde yerine konduğunda ise,

$$0.26(51000 + 0.039J_2) - 1.67J_2 = -7536$$

elde edilir ve bilinmeyen çözülerek,

$$J_2 = 12528 \text{ W/m}^2$$

bulunur. Bu değer 1 numaralı denklemde yerine konarak, yutucuya ışınımla olan net ısı geçişi belirlenir:

$$q_2 = \frac{(7348 - 12528)\text{W/m}^2}{(1-0.5)/0.5 \times 15\text{m}^2} = -77.7\text{kW} \quad ◀$$

Yorum: Bu problemde iki yerde hayali yüzey kullanımı çözümü kolaylaştırmıştır. Bunlardan biri kapalı çerçeve elde etmek için A_3 yüzeyinin kullanımı, diğeri ise şekil faktörünü bulmak için A_2' yüzeyinin kullanımıdır.