

ALİŞTIRMALAR - 7

1. Aşağıda, önce belirsiz integrali bulunuz ve sonra onu kullanarak belirli integrali hesaplayınız.

a) $\int 6x^2 y dy, \int_0^1 6x^2 y dy$

b) $\int 6x^2 y dx, \int_{-1}^3 6x^2 y dx$

c) $\int \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dy, \int_0^2 \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dy$

ç) $\int \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dx, \int_1^4 \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dx$

2. Önceki alıştırmada bulduklarınızı da dikkate alarak aşağıdaki çift katlı integralleri hesaplayınız.

a) $\int_{-1}^3 \int_0^1 6x^2 y dy dx$ b) $\int_0^1 \int_{-1}^3 6x^2 y dx dy$ c) $\int_1^4 \int_0^2 \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dy dx$ ç) $\int_0^2 \int_1^4 \frac{y}{\sqrt{x+y^2}} dx dy$

3. Aşağıda integrasyon bölgesi verilmiş olan çift katlı integralleri her iki integral sırasıyla ($dydx$ ve $dx dy$) hesaplayınız.

a) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$, $\iint_D xy dA$

b) $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 4, 4 \leq y \leq 9\}$, $\iint_D \sqrt{xy} dA$

c) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1\}$, $\iint_D ye^x dA$

4. Aşağıdaki integrallerde integral sırası önem kazanmaktadır. Hesabı kolaylaştıran integral sırasını belirleyerek integrali hesaplayınız.

a) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2\}$, $\iint_D xe^{xy} dA$

b) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, $\iint_D \frac{x}{1+xy} dA$

5. Verilen denklemlerin grafikleri ile sınırlanan bölgeyi grafikte gösteriniz ve küme gösterimiyle, düzgün x-bölgesi ve/veya düzgün y-bölgesi olarak ifade ediniz.

a) $y = 5 - x^2, y = 1$

b) $y = x^2, y = 4$

c) $y = x^2 - 6x + 8, x + y = 8$

ç) $y = 5 + 4x - x^2, x + y = 5$

6. Köşeleri (1,1), (3,3), (4,3) ve (5,2) noktalarında olan dörtgenel bölge D olsun. D yi sadece sınır noktalarında ortak noktaları bulunan düzgün bölgelerin birleşimi olarak ifade ederek

$\iint_D 24x dA$ ve $\iint_D 24y dA$ integrallerini hesaplayınız.

7. İntegrasyon bölgesi verilmiş olan çift katlı integrali hesaplayınız.

a) $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 2x, 0 \leq x \leq 2\}$, $\iint_D (x^2 + xy) dA$

b) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1\}$, $\iint_D 24xy^3 dA$

c) $D = \{(x, y) : y^2 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1\}$, $\iint_D \sqrt{xy} dA$

ç) $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y^2, 0 \leq y \leq 1\}$, $\iint_D ye^x dA$

d) $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$, $\iint_D e^{x+y} dA$

8. İntegrasyon bölgesinin grafiğini çizerek integral sırasını değiştiriniz.

a) $\int_0^1 \int_{x^4}^{x^3} f(x, y) dy dx$ b) $\int_0^1 \int_0^{y^2} f(x, y) dx dy$ c) $\int_0^2 \int_{x^3}^{4x} f(x, y) dy dx$ ç) $\int_0^8 \int_{\frac{y}{4}}^{\sqrt{\frac{y}{2}}} f(x, y) dx dy$

9. Aşağıdaki integralleri integral sırasını değiştirerek hesaplayınız (integral sırasını değiştirmeden hesaplamayı denemeyiniz!).

a) $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} dy dx$ b) $\int_0^1 \int_{y^2}^1 12ye^{x^2} dx dy$ c) $\int_0^2 \int_{y^2}^4 \frac{4y}{1+x^2} dx dy$ ç) $\int_0^4 \int_{\frac{x}{2}}^2 2\sqrt{1+2y^2} dy dx$

10. İntegrasyon bölgesi D verilen denklemlerin grafikleri ile sınırlanan çift katlı integrali hesaplayınız.

a) D , $y = x^2$, $y = x^3$ ile sınırlı ; $\iint_D (y^2) dA$

b) D , $y^2 = 2x$, $y^2 = 8 - 2x$ ile sınırlı ; $\iint_D (4 - y^2) dA$

c) D , $\{(x, y) : y = 0, x = 2, x = 2y\}$ ile sınırlı ; $\iint_D e^{x^2} dA$

ç) D , $x = 0$, $x = 2y$, $y = 1$ ile sınırlı ; $\iint_D e^{-\frac{y}{2}} dA$

11. Verilen iki denklemin grafikleri arasında kalan bölgenin alanını çift katlı integralle hesaplayınız.

a) $y = \frac{x^2}{4}$, $y = \frac{1}{2}x + 2$ b) $xy = 5$, $x + y = 6$ c) $y = x$, $y = x^3$

12. Aşağıda tanımlanan hacimleri hesaplayınız (Sadece D bölgesinin grafiğini çiziniz).

- a) Köşeleri $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$ olan D üçgeni ile $z=x+y$ nin grafiği arasındaki hacim,
b) Köşeleri $(0,0)$, $(0,2)$, $(2,2)$ olan D üçgeni ile $z=(x-y)^2$ nin grafiği arasındaki hacim,
c) $y=1-x^2$ ve $y=0$ ile sınırlanan D bölgesi ile $z=4$ düzlemi arasında kalan hacim.