

ALİŞTIRMALAR - 6

1. İlgili teoremi kullanarak, verilen fonksiyonun yerel ekstremumlarını bulunuz.

a) $f(x, y) = 6 - x^2 - 4x - y^2$

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 6y + 14$

c) $f(x, y) = xy + 2x - 3y - 2$

ç) $f(x, y) = e^{xy}$

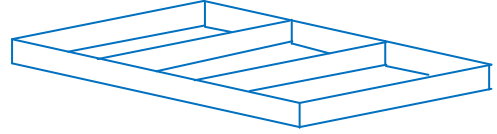
d) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

e) $f(x, y) = 2y^3 - 6xy - x^2$

f) $f(x, y) = 2x^4 + y^2 - 12xy$

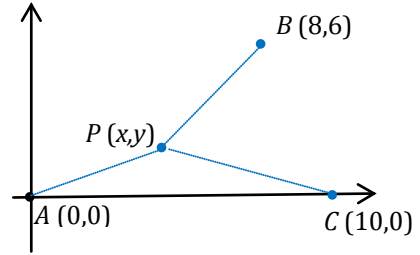
g) $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 6y^2$

2. Ambalaj işi yapan bir şirket, karton levhadan, yandaki şekilde gösterilen yapıda, 3 bölmeli, 64 cm^3 hacimli kutular üretmek istemektedir. Bu biçimde bir kutunun üretiminde kullanılan malzeme miktarının minimum olması için kutunun boyutları ne olmalıdır?

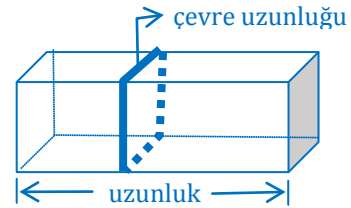


3. A ve B türü olmak üzere iki tür hesap makinesi üreten bir şirketin yılda x bin adet A ve y bin adet B türü hesap makinesi üretmesi durumunda yıllık geliri $G(x, y) = 2x + 3y$ ve gideri de $M(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 6x - 9y + 5$ TL olmaktadır. Bu şirketin yıllık kârının maksimum olması için her tür hesap makinesinden kaç adet üretmesi gerekir? Maksimum kâr ne olur?

4. Düz bir platoda bulunan A, B ve C kentlerine hizmet vermek üzere bir baz istasyonu kurulacaktır. Platoda yerleştirilen bir Kartezyen koordinat sistemine göre kentlerin konumu yandaki şekilde gösterilmiştir. Baz istasyonunun $P(x, y)$ noktasına yerleştirileceği varsayırsa, P noktasından A, B ve C kentlerine olan uzaklıkların karelerinin toplamının minimum olması için x ve y ne olmalıdır? Bu durumda, baz istasyonunun her üç kente olan uzaklığını bulunuz.



5. Posta idaresi, postaya verilecek kutuların şekilde görüldüğü gibi uzunluğu ile çevre uzunluğunun toplamı 300 santimetreyi geçmeyecek biçimde olmasını istemektedir. Bu koşulları sağlayan ve hacmi maksimum olan kutunun boyutlarını bulunuz.



6. Bir kırtasiye mağazasında A ve B türü olarak adlandırılan iki tür kalem satılacaktır. Mağaza, A türü kalemlerden her birini 12 TL ye, B türü kalemlerden her birini 8 TL ye mal etmektedir. Yapılan araştırmalar, bir A türü kalemin satış fiyatı p TL ve bir B türü kalemin satış fiyatı q TL olarak belirlendiği takdirde, A türü kalemlerden haftada $s = 232 - 30p + 40q$, B türü kalemlerden de haftada $t = 288 + 16p - 48q$ adet satılabileceğini göstermiştir. Haftalık kârın maksimum olması için A ve B türü kalemlerin satış fiyatı ne olmalıdır? Maksimum kâr ne olur?

7. Aşağıdaki veri tablolarından her biri için en küçük kareler doğrusu (regresyon doğrusu)nu bulunuz. Veri tablosuna karşılık gelen noktaları ve regresyon doğrusunu grafikte gösteriniz.

a)

x	1	2	3	4
y	1	3	4	3

b)

x	1	2	3	4
y	8	5	4	0

c)

x	1	2	3	4	5
y	2	3	3	2	2

8. Bir büyük mağaza zincirinin pazar araştırmaları bölümü belli bir ürünün fiyatını her ay değiştirerek 5 ay boyunca aylık talebi kaydetti ve aşağıdaki veri tablosunu elde etti. Burada, x , TL olarak satış fiyatını; y , aylık kaç bin adet talep olduğunu göstermektedir.

x	10	10.5	11	11.5	12
y	8.5	8	7	6	4.5

- a) En küçük kareler yöntemini kullanarak fiyat-talep denklemini bulunuz.
b) Bir adet ürünün maliyeti 7 TL ise, aylık maksimum kâr için satış fiyatı ne olmalıdır?
9. Bir matematik sınıfındaki öğrencilerden 10 unun dönem içi not ortalamaları ile dönem sonu sınavından aldıkları notlar aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Dönem İçi	40	55	62	68	72	76	80	86	90	94
Dönem Sonu	30	45	65	72	60	82	76	92	88	98

Bu tablo için regresyon doğrusunu bulunuz. Dönem içi not ortalaması 70 olan bir öğrencinin dönem sonu sınavından alacağı notu tahmin ediniz.

10. Lagrange Çarpanları yöntemi ile istenilenleri bulunuz.

- a) $f(x, y) = 4xy$ fonksiyonunun $x + y = 6$ kısıtlaması altında maksimum değerini
b) $f(x, y) = x^2 + y^2$ fonksiyonunun $3x + 4y = 25$ kısıtlaması altında minimum değerini
c) $f(x, y) = 2xy$ fonksiyonunun $x^2 + y^2 = 18$ kısıtlaması altında maksimum değerini
ç) Toplamları 10 olan reel sayı ikilileri arasında çarpımı maksimum olan ikiliyi
d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ fonksiyonunun $2x - y + 3z = -28$ kısıtlaması altında maksimum değerini
e) $f(x, y, z) = x + y + z$ fonksiyonunun $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ kısıtlaması altında maksimum değerini
11. İki model televizyon üreten bir şirket, haftada x adet A model ve y adet B model televizyon üretiyor. Şirketin haftalık toplam gideri $M(x, y) = 30x^2 + 20y^2$ TL dir. Eğer şirketin haftada her iki modelden ürettiği televizyonların toplam sayısının 90 olması isteniyorsa, giderin minimum olması için haftalık üretim programı ne olmalıdır? Minimum gider nedir?
12. Bir şirketin üretmeye karar verdiği yeni bir ürün için x birimlik iş gücü ve y birimlik ham madde ve teçhizat yatırımı yapılması durumunda o üründen üretebileceği ürün sayısı

$$S(x, y) = 20 x^{0.4} y^{0.6} \text{ (Cobb - Douglas Fonksiyonu)}$$

olarak belirleniyor. Bir birimlik iş gücü, 50 TL; bir birimlik hammadde ve teçhizat, 75 TL olarak düşünüldüğüne ve bu iş için 500000 TL ayrıldığına göre, üretilen ürün sayısının maksimum olması için bu meblağın ne kadarı iş gücü için, ne kadarı ham madde ve teçhizat için tahsis edilmelidir?

13. Beşinci problemi Lagrange Çarpanları Yöntemi ile çözünüz.