

ALİŞTIRMALAR - 4

1. Yanda verilen matrisinin determinantını

aşağıdaki üç yolla hesaplayınız.

- a) birinci satıra göre açılımını yaparak
 b) üçüncü satıra göre açılımını yaparak
 c) ikinci sütuna göre açılımını yaparak
 ç) konu içinde, Örnek 4.1.5'te gösterilen yöntemle.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Aşağıdaki matrislerin determinantlarını bulunuz.

a) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ ç) $\begin{bmatrix} -6 & 4 & -8 \\ 9 & -4 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ g) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

3. Bundan önceki alıştırmada verilen matrislerin hangilerinin tersinir olduğunu belirleyiniz ve tersinir olduğunu belirlediğiniz matrislerin terslerini determinant kullanarak bulunuz.

4. Aşağıdaki denklem sistemlerini Cramer Kuralı ile çözünüz.

a) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ -x_2 - 5x_3 = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$

ç) $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$

5. Aşağıda, tarım (T) ve enerji (E) sektörlerine dayalı bir ekonominin, teknoloji matrisi M ve dış talep matrisi D için çeşitli değerler verilmiştir: Para birimi TL dir.

T ↑ E ↑ Çıktı

T → E →

Girdi

$$= M ; \quad D_1 = \begin{bmatrix} 500 \\ 300 \end{bmatrix} ; \quad D_2 = \begin{bmatrix} 600 \\ 400 \end{bmatrix} ; \quad D_3 = \begin{bmatrix} 120 \\ 80 \end{bmatrix}$$

- a) Bir TL lik T çıktısı sağlamak için kaç TL lik T ve kaç TL lik E girdisi gerekmektedir?
 b) Bir TL lik E çıktısı sağlamak için kaç TL lik T ve kaç TL lik E girdisi gerekmektedir?
 c) $I - M$ ve $(I - M)^{-1}$ i bulunuz.
 ç) D_1 son talebini karşılayabilmek için her bir sektörün çıktısı ne olmalıdır?
 d) D_2 son talebini karşılayabilmek için her bir sektörün çıktısı ne olmalıdır?
 e) D_3 son talebini karşılayabilmek için her bir sektörün çıktısı ne olmalıdır?

6. İki-endüstrili bir ekonomide, aşağıda verilen M ve D için X i bulunuz.

$$\text{a) } M = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 10 \\ 25 \end{bmatrix} \quad \text{b) } M = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 15 \\ 20 \end{bmatrix}$$

7. Üç-endüstrili bir ekonomide, aşağıda verilen M ve D için X i bulunuz.

$$\text{a) } M = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 20 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} \quad \text{b) } M = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 10 \\ 25 \\ 15 \end{bmatrix}$$

8. Tarım (T) ve otomobil (O) üretimine dayalı bir ekonominin teknoloji matrisi M yandaki gibi veriliyor. Para birimi, milyon TL dir.

a) 40 milyon TL tarım ve 40 milyon TL lik otomobil üretimi tutarında son (dış) talep için her sektörün çıktısı ne olacaktır?

b) Tarım çıktısı 20 milyon TL artarsa ve otomobil üretimi çıktısı değişmez kalır ise, dış talep matrisi nasıl değişir?

$$\begin{array}{cc} T & O \\ \uparrow & \uparrow \\ T \rightarrow & \begin{bmatrix} 0.3 & 0.25 \\ 0.1 & 0.25 \end{bmatrix} = M \\ O \rightarrow & \end{array}$$

9. İnşaat ($İn$) ve madencilik (Ma) sektörlerine dayalı bir ekonominin teknoloji matrisi M yandaki gibi veriliyor. Bu iki sektörün yönetimleri toplam çıktı düzeyinin öyle bir değerine ulaşmak istiyorlar ki, her sektörde son talep toplam çıktının %40 ı olsun. Bu isteğin karşılanması için nasıl bir yöntem uygulanmalıdır?

$$\begin{array}{cc} İn & Ma \\ \uparrow & \uparrow \\ İn \rightarrow & \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} = M \\ Ma \rightarrow & \end{array}$$

10. Bir ekonomi, tarım ve turizm endüstrilerine dayanmaktadır. 1 TL lik tarımsal üretim için tarım sektöründen 0.20 TL lik, turizm sektöründen 0.15 TL lik girdi gerekmektedir; 1 TL lik turizm üretimi için ise tarım sektöründen 0.40 TL lik, turizm sektöründen 0.30 TL lik girdi gerekmektedir. Dış talep, 60 bin TL lik tarım ve 80 bin TL lik turizm üretimi olduğuna göre, tüm taleplerin karşılanabilmesi için her sektörün toplam çıktısı ne olmalıdır?

11. Bir ekonomi, kömür ve çelik sektörlerine dayanmaktadır. Bir TL lik kömür üretimi, 0.1 TL lik kömür ve 0.2 TL lik çelik girdisi; bir TL lik çelik üretimi ise, 0.2 TL lik kömür ve 0.4 TL lik çelik girdisi gerektirmektedir. Son talep 20 milyon TL lik kömür ve 10 milyon TL lik çelik üretimi olduğuna göre, tüm taleplerin karşılanabilmesi için her sektörün toplam çıktısı ne olmalıdır?

12. Bir şirket, elektrik, doğal gaz ve petrol üretmektedir. Bir TL lik elektrik üretimi, 0.30 TL lik elektrik, 0.10 TL lik doğal gaz ve 0.20 TL lik petrol gerektirmektedir. Bir TL lik doğal gaz üretimi, 0.30 TL lik elektrik, 0.10 TL lik doğal gaz ve 0.20 TL lik petrol gerektirmektedir. Bir TL lik petrol üretimi, her sektörden 0.10 TL lik miktar gerektirmektedir. Dış talep 25 milyon TL lik elektrik, 15 milyon TL lik doğal gaz ve 20 milyon TL lik petrol olduğuna göre, tüm taleplerin karşılanabilmesi için her sektörün toplam çıktısı ne olmalıdır?