

ÖZELLİK: Düzlemde 3 noktanın koordinatları verilsin. Bu üç noktanın birbirleri arasındaki uzaklıklar hesaplanırken kesirli kısımları atılırsa noktalar arasındaki üçgen eşitsizliği her zaman korunmayabilir.

İSPAT: $A = (a_1, a_2)$, $B = (b_1, b_2)$, $C = (c_1, c_2)$ noktaları verilsin. Noktalar arası uzaklıklar sırasıyla $|AB| = k = p \frac{x}{y}$, $|BC| = l = r \frac{t}{u}$, $|AC| = m = s \frac{v}{z}$ olursa yapılması gereken,

$$k < l + m, \text{ yani} \\ p \frac{x}{y} < r \frac{t}{u} + s \frac{v}{z} \quad (1)$$

iken,

$$p < r + s \text{ 'nin} \quad (2)$$

doğru olup olmadığının gösterilmesidir. Burada $k, l, m, p, r, s, x, y, t, u, v, z > 0$ dır.

(1) numaralı eşitsizliği alalım ve terimleri bileşik kesir halinde yazarak, paydalarını eşitleyelim.

$$\frac{py + x}{y} < \frac{ru + t}{u} + \frac{sz + v}{z} \\ (uz) \quad (yz) \quad (uy)$$

$$uz(py + x) < yz(ru + t) + uy(sz + v)$$

Eşitsizliği düzenleyelim,

$$uzpy + uzx < yzru + yzt + uysz + uyv \quad (3)$$

(3) numaralı eşitsizliği aşağıdaki şekilde iki parçaya ayıralım.

$$uzpy < yzru + uysz \quad (4)$$

$$uzx < yzt + uyv \quad (5)$$

(4) numaralı eşitsizliğin her iki tarafını uzy ile bölersek (2) numaralı eşitsizliği elde ederiz. Ancak burada (3) numaralı eşitsizliği iki parçaya ayırdığımızda her zaman (4) ve (5) numaralı eşitsizlikler sağlanmayacağından:

(1) numaralı eşitsizlik sağlanıyorken, (2) numaralı eşitsizlik her zaman sağlanmayabilir.

Bu durumda noktalar arası uzaklıklar hesaplanırken kesirli kısımların atılması durumunda üçgen eşitsizliği bozulabilir.